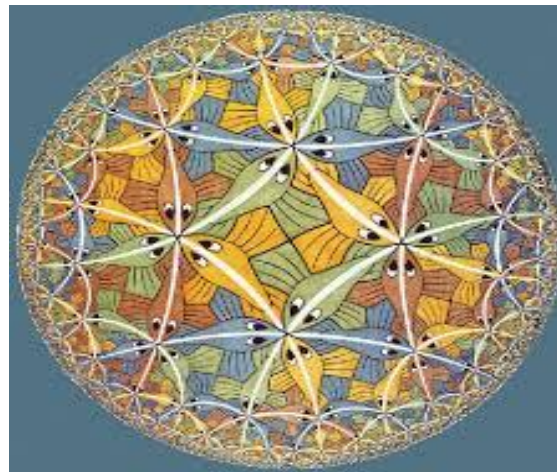


# **GEOMETRIA :** ***dalla realtà alla rappresentazione*** ***versus l'astrazione***



**Gruppo:** Alessandra Ambrogi, Patrizia Durastanti, Elisabetta Fruttini, Amalia Gaudiello, Romina Grancini, Chiara Paoletti, Marco Pollano, Martina Sabatini.

**Tutor d'aula:** Francesca Conti Candori

**La GEOMETRIA riveste un ruolo formativo e cognitivo fondamentale nel curriculum di Matematica e le Indicazioni Nazionali ne articolano in modo molto puntuale gli obiettivi e i traguardi per le competenze.**

« (...) questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), è scritto in lingua matematica, e i caratteri sono triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto (...)»

(Galileo Galilei, *Il Saggiatore*)

**“I principi fondamentali delle scienze sono elaborazioni razionali, derivate per induzione, dall'esperienza e dalla percezione sensoriale.(...)”**

**I principi della geometria sono generalizzazioni di esperienze sensoriali concrete (...) e i postulati della geometria sono generalizzazioni, per astrazione, di semplici esperienze geometriche, che ogni allievo compie fin dalle prime osservazioni razionali del mondo esterno, svolte anche in ambito scolastico”.**

*(Federigo Enriques, Problemi della scienza)*

**“La Geometria può essere significativa solo se esprime le sue relazioni con lo spazio dell'esperienza.(...).”**

**La Geometria è una delle migliori opportunità per matematizzare la realtà.”**

*(Hans Freudenthal, La matematica come compito educativo)*

**“L’insegnamento sperimentale della Geometria, opportunamente svolto, si presenta dal lato educativo il più adatto ad un primo grado di studio e conforme ai bisogni dei discepoli frequentanti scuole di primo grado.**

**In un grado successivo lo svolgimento razionale della Geometria trova posto conveniente ad educare le facoltà logiche dell’allievo e rendere più cosciente in lui l’intuizione, tanto più che la facoltà di astrazione non potrebbe svolgersi convenientemente che in una età più matura”**

**( Federigo Enriques, *Questioni riguardanti la Geometria Elementare* )**

# Fasi dell'apprendimento geometrico

(Pierre e Dina Van Heile – Vinicio Villani)

Livello 1 (VISUALE) – Le figure geometriche vengono identificate globalmente, a livello percettivo, in base al loro aspetto e alla loro forma, ma non se ne riconoscono le proprietà. Non si è in grado di creare delle immagini mentali delle forme geometriche.

Livello 2 (ANALITICO/DESCRITTIVO) – Le figure geometriche vengono identificate in base a certe proprietà matematiche, ma non si mettono in relazione le varie figure. Si acquisiscono le immagini mentali delle figure.

I livelli 1e 2 sono propri della Scuola Primaria.

### Livello 3-(RAZIONALE o DELLA DEDUZIONE INFORMALE)

Si riconoscono i legami e le gerarchie fra le diverse proprietà di una figura e le relazioni fra figure diverse.

Si riconoscono "classi" di figure.

Si eseguono dimostrazioni informali partendo da premesse note.

Il linguaggio si fa più specifico e consapevole .

Non vi è tuttavia ancora una completa comprensione degli assiomi e della deduzione come metodo dimostrativo.

Livello proprio della Scuola Secondaria di 1° grado.

## Livello 4-(LOGICO o DELLA DEDUZIONE FORMALE)

Entra in gioco la struttura di un sistema assiomatico e la deduzione come metodo per una dimostrazione.

Si è in grado di distinguere formalmente fra una proposizione e la sua inversa, fra condizioni necessarie e sufficienti.

Livello proprio della Scuola Secondaria di 2° grado.

**Le attività di riflessione teorica e di laboratorio si sono sviluppate partendo dalla costruzione di poliedri, sperimentando la tipologia di alcune loro particolari sezioni e i possibili sviluppi dei diversi solidi costruiti.**

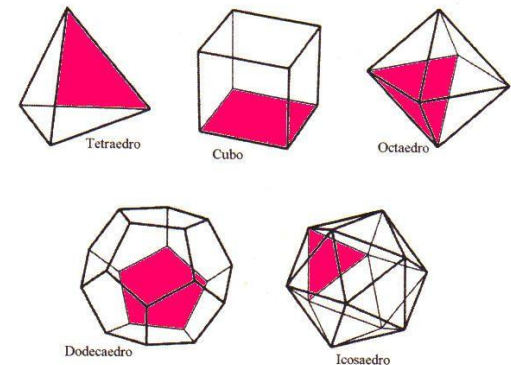
**A partire dai modelli di poliedri costruiti, si è arrivati a congetturare la formula di Eulero :  $V+F=S+2$  .**

**Questa attività ha permesso successivamente di trovare la dimostrazione della esistenza dei soli 5 poliedri regolari ( Platone- Teeteto) .**

**Al contrario di quanto accade nel piano, in cui è possibile sempre costruire un poligono regolare con un qualsivoglia numero di lati, nello spazio gli unici poliedri regolari che è possibile costruire hanno facce triangoli equilateri ( tetraedro, ottaedro, icosaedro) o quadrati ( cubo) o pentagoni (dodecaedro)!**



**Al contrario di quanto accade nel piano, in cui è possibile sempre costruire un poligono regolare con un qualsivoglia numero di lati, nello spazio gli unici poliedri regolari che è possibile costruire hanno facce triangoli equilateri (tetraedro, ottaedro, icosaedro) o quadrati (cubo) o pentagoni (dodecaedro)!**



**Un incontro di laboratorio è stato completamente dedicato a riflettere su analogie e differenze (concettuali, e non solo) fra figure piane e solidi.**

**Perimetro e area nel piano, area di base e volume e superficie laterale e volume nello spazio.**

**Per l'individuazione dell'area di poligoni è stato utilizzato il Teorema di Pick .**

**Utilizzando fogli A/4 si sono costruiti parallelepipedi a base quadrata e confrontando le relative aree e i relativi volumi si sono trovate le relazioni fra aree laterali, aree totali e volumi dei solidi costruiti.**

**Con la stessa metodologia si sono costruiti cilindri e confrontate le aree laterali, le aree totali e i volumi.**

**I risultati di questi confronti hanno ... spesso contraddetto quanto suggerito da una semplice osservazione dei solidi rivelando i misconcetti che possono derivare da una semplice osservazione dei solidi e dal mero “trasporto” allo spazio di alcune esperienze fatte nel piano.**



**Nelle classi si sono sperimentate attività sviluppate negli incontri di laboratorio con risultati molto interessanti e con una produzione di materiale originale e significativo.**

**In particolare attraverso un'attività sperimentale con materiale povero, gli alunni hanno confrontato figure piane con lo stesso perimetro o con la stessa area e solidi a parità di superficie laterale o a parità di volume individuando**

- rapporti fra perimetri e aree di poligoni al variare della lunghezza dei lati ;**
- rapporti fra volumi di poliedri al variare della lunghezza dei lati dei poligoni di base ;**
- rapporti fra aree laterali e aree totali di poliedri al variare delle dimensioni dei poligoni di base;**

**L'esame di alcune prove Invalsi e di Rally matematici (con risultati nazionali a volte veramente sconcertanti! ) ci hanno confermato come un percorso sperimentale-teorico, analogo a quello sviluppato nel corso, possa permettere agli studenti di rispondere correttamente a quesiti che richiedano la capacità di interpretare situazioni geometriche, nello spazio e nel piano, padroneggiando immagini mentali che si basino sulla esperienza.**

# **BIBLIOGRAFIA**

**Albrecht Beuctelspacher – Le meraviglie della Matematica –  
Saggi di FOCUS**

**Rosa Rinaldi Carini - Geometria operativa - Ed. Arti Grafiche  
Stibu**

**Emma Castelnuovo - Pentole, ombre, formiche – Ed.UTET**

**A. Cavicchioli, M. Prandini – Solidi Platonici e Archimedeei :  
classificazione e costruzioni geometriche .- su  
L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate-  
vol 39B n.1 -2016**

**Hugo Steinhaus – Matematica per istantanee – Ed. Zanichelli**